अध्याय 3

निर्देशांक ज्यामिति

(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

- कार्तीय पद्धति (या निकाय)
- निर्देशांक अक्ष
- मूलबिंदु
- चतुर्थांश
- भुज
- कोटि
- एक बिंदु के निर्देशांक
- क्रमित युग्म

कार्तीय तल में बिंदुओं का आलेख

- कार्तीय तल में, क्षैतिज रेखा x-अक्ष तथा ऊर्ध्वाधर रेखा y-अक्ष कहलाती है।
- निर्देशांक अक्ष तल को चार भागों में विभक्त कर देती है जो चतुर्थांश कहलाते हैं।
- अक्षों के प्रतिच्छेद बिंदु को मूलबिंदु कहते हैं।
- किसी बिंदु का भुज या x-निर्देशांक उसकी y-अक्ष से दूरी होती है तथा किसी बिंदु की कोटि या y-निर्देशांक उसकी x-अक्ष से दूरी होती है।
- (x, y) उस बिंदु के निर्देशांक कहलाते हैं जिसका भुज x हो तथा कोटि y हो।
- x-अक्ष पर स्थित किसी बिंदु के निर्देशांक $(x, 0)$ के रूप के होते हैं तथा y-अक्ष पर स्थित किसी बिंदु के निर्देशांक $(0, y)$ के रूप के होते हैं।
- मूलबिंदु के निर्देशांक $(0, 0)$ होते हैं।

- प्रथम चतुर्थांश में किसी बिंदु के निर्देशांक के चिह्न (+, +), द्वितीय चतुर्थांश में (–, +), तीसरे चतुर्थांश में (–, –) तथा चौथे चतुर्थांश में (+, –) होते हैं।

(B) बहु विकल्पीय प्रश्न

सही उत्तर लिखिए –

प्रतिदर्श प्रश्न 1: वे बिंदु (मूलबिंदु के अतिरिक्त) जिनके भुज उनकी कोटि के बराबर हैं निम्नलिखित में स्थित होंगे :

(A) केवल चतुर्थांश I (B) चतुर्थांश I और II

(C) चतुर्थांश I और III (D) चतुर्थांश II और IV

हल : उत्तर (C)

प्रश्नावली 3.1

निम्नलिखित में से प्रत्येक में सही उत्तर लिखिए–

1. बिंदु (–3, 5) स्थित है :

(A) प्रथम चतुर्थांश में (B) द्वितीय चतुर्थांश में

(C) तीसरे चतुर्थांश में (D) चौथे चतुर्थांश में

2. द्वितीय चतुर्थांश में स्थित किसी बिंदु के भुज और कोटि के क्रमश: चिह्न हैं :

(A) +, + (B) –, – (C) –, + (D) +, –

3. बिंदु (0, –7) स्थित है :

(A) x –अक्ष पर (B) द्वितीय चतुर्थांश में

(C) y-अक्ष पर (D) चौथे चतुर्थांश में

4. बिंदु (– 10, 0) स्थित है :

(A) x-अक्ष की ऋणात्मक दिशा में (B) y-अक्ष की ऋणात्मक दिशा में

(C) तीसरे चतुर्थांश में (D) चौथे चतुर्थांश में

5. x-अक्ष पर स्थित सभी बिंदुओं का भुज है :

(A) 0 (B) 1

(C) 2 (D) कोई भी संख्या

6. x-अक्ष पर स्थित सभी बिंदुओं की कोटि है :

(A) 0 (B) 1

(C) – 1 (D) कोई भी संख्या

7. वह बिंदु, जहाँ दोनों निर्देशांक अक्ष मिलते हैं, कहलाता है :

(A) भुज (B) कोटि (C) मूलबिंदु (D) चतुर्थांश

8. वह बिंदु जिसके दोनों निर्देशांक ऋणात्मक हैं स्थित होगा :

(A) चतुर्थांश I (B) चतुर्थांश II

(C) चतुर्थांश III (D) चतुर्थांश IV

9. बिंदु (1, – 1), (2, – 2), (4, – 5), (– 3, – 4)

(A) चतुर्थांश II में स्थित हैं (B) चतुर्थांश III में स्थित हैं

(C) चतुर्थांश IV में स्थित हैं (D) एक ही चतुर्थांश में स्थित नहीं हैं

10. यदि किसी बिंदु का y निर्देशांक शून्य है, तो वह बिंदु सदैव स्थित है :

(A) चतुर्थांश I में (B) चतुर्थांश II में

(C) x-अक्ष पर (D) y-अक्ष पर

11. बिंदु (–5, 2) और (2, – 5) स्थित हैं :

(A) एक ही चतुर्थांश में (B) क्रमशः चतुर्थांश II और III में

(C) क्रमशः चतुर्थांश II और IV में (D) क्रमशः चतुर्थांश IV और II में

12. यदि किसी बिंदु P की x-अक्ष से लांबिक दूरी 5 मात्रक हो तथा इस लंब का पाद x-अक्ष की ऋणात्मक दिशा पर स्थित हो, तो बिंदु P का

(A) x निर्देशांक = – 5 है (B) y निर्देशांक = 5 केवल

(C) y निर्देशांक = – 5 केवल (D) y निर्देशांक = 5 या –5

13. बिंदुओं O (0, 0), A (3, 0), B (3, 4), C (0, 4) को आलेखित करके तथा OA, AB, BC और CO को मिलाने पर, निम्नलिखित में से कौन-सी आकृति प्राप्त होगी?

(A) वर्ग (B) आयत (C) समलंब (D) समचतुर्भुज

14. यदि बिंदुओं P (– 1, 1), Q (3, – 4), R(1, –1), S(–2, –3) और T (– 4, 4) को आलेख कागज पर आलेखित किया जाए, तो चौथे चतुर्थांश के बिंदु हैं :

(A) P और T (B) Q और R (C) केवल S (D) P और R

15. यदि दो बिंदुओं P और Q के निर्देशांक क्रमशः (–2, 3) और (–3, 5) हैं तो (P का भुज) – (Q का भुज) बराबर है :

(A) – 5 (B) 1 (C) – 1 (D) – 2

16. यदि P (5, 1), Q (8, 0), R (0, 4), S (0, 5) और O (0, 0) को एक आलेख कागज़ पर आलेखित किया जाए, तो x-अक्ष पर स्थित बिंदु हैं :

(A) P और R (B) R और S (C) केवल Q (D) Q और O

17. किसी बिंदु का भुज धनात्मक होता है :

(A) चतुर्थांश I और II में (B) चतुर्थांश I और IV में

(C) केवल चतुर्थांश I में (D) केवल चतुर्थांश II में

18. वे बिंदु जिनके भुज और कोटि विभिन्न चिह्नों के होते हैं स्थित होंगे :

(A) चतुर्थांश I और II में

(B) चतुर्थांश II और III में

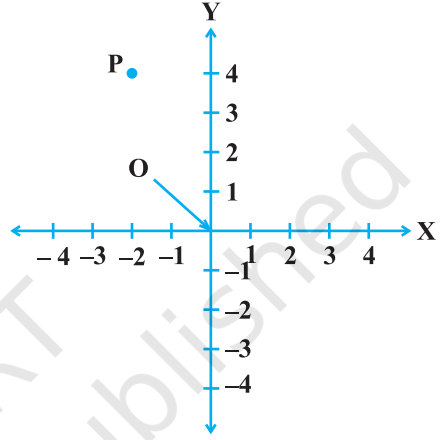
(C) चतुर्थांश I और III में

(D) चतुर्थांश II और IV में

आकृति 3.1

19. आकृति 3.1 में, P के निर्देशांक हैं :

(A) (– 4, 2) (B) (–2, 4)

(C) (4, – 2) (D) (2, – 4)

20. आकृति 3.2 में, निर्देशांक (–5, 3) वाला बिंदु है :

(A) T (B) R

(C) L (D) S

21. वह बिंदु, जिसकी कोटि 4 है और जो y-अक्ष पर स्थित है, होगा :

(A) (4, 0) (B) (0, 4)

(C) (1, 4) (D) (4, 2)

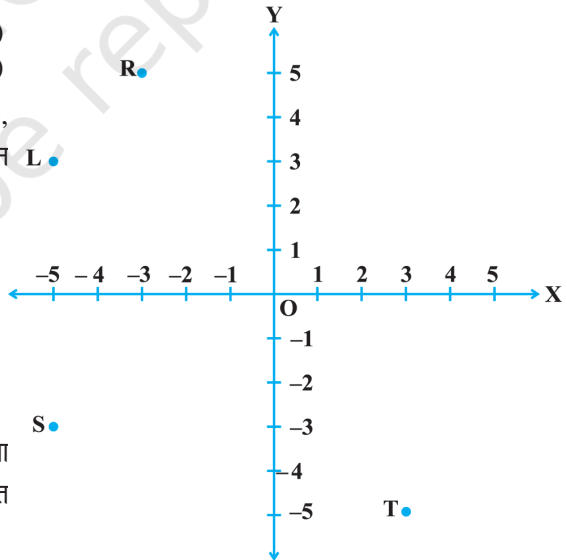
आकृति 3.2

22. बिंदुओं P(0, 3), Q(1, 0), R(0, – 1), S(–5, 0) और T(1, 2) में से कौन-कौन से बिंदु x-अक्ष पर स्थित नहीं हैं?

(A) केवल P और R

(B) Q और S

(C) P, R और T

(D) Q, S और T

23. वह बिंदु जो y-अक्ष की ऋणात्मक दिशा में y-अक्ष पर 5 मात्रक की दूरी पर स्थित है, होगा :

(A) (0, 5) (B) (5, 0)

(C) (0, – 5) (D) (– 5, 0)

24. y-अक्ष से बिंदु P (3, 4) की लांबिक दूरी है :

(A) 3 (B) 4

(C) 5 (D) 7

(C) तर्क के साथ संक्षिप्त उत्तरीय प्रश्न

प्रतिदर्श प्रश्न 1 : निम्नलिखित कथन **सत्य** हैं या **असत्य** लिखिए। अपने उत्तर का औचित्य दीजिए।

(i) बिंदु (0, –2) y-अक्ष पर स्थित है।

(ii) x-अक्ष से बिंदु (4, 3) की लांबिक दूरी 4 है।

हल :

(i) सत्य, क्योंकि y-अक्ष पर स्थित बिंदु (0, y) के रूप का होता है।

(ii) असत्य, क्योंकि x-अक्ष से किसी बिंदु की लांबिक दूरी उसकी कोटि के बराबर होती है। अत:, यह 3 है, 4 नहीं।

प्रश्नावली 3.2

1. निम्नलिखित कथन **सत्य** हैं या **असत्य** लिखिए। अपने उत्तर का औचित्य दीजिए –

(i) बिंदु (3, 0) प्रथम चतुर्थांश में स्थित है।

(ii) बिंदु (1, –1) और (–1, 1) एक ही चतुर्थांश में स्थित हैं।

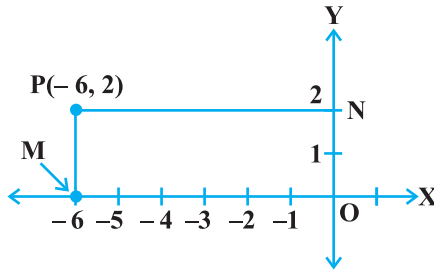
(iii) उस बिंदु के निर्देशांक, जिसकी कोटि $-\frac{1}{2}$ और भुज 1 है, $-\frac{1}{2}, 1$ होंगे।

(iv) उस बिंदु के निर्देशांक (2, 0) हैं जो y-अक्ष पर x-अक्ष से 2 मात्रक की दूरी पर स्थित है।

(v) (–1, 7) चतुर्थांश II में स्थित एक बिंदु है।

(D) संक्षिप्त उत्तरीय प्रश्न

प्रतिदर्श प्रश्न 1 : बिंदु P (– 6, 2) को आलेखित कीजिए तथा इससे क्रमश: x-अक्ष और y-अक्ष पर लंब PM और PN खींचिए। बिंदुओं M और N के निर्देशांक लिखिए।

हल :

आकृति 3.3

आलेख (आकृति 3.3) से, हम देखते हैं कि M के निर्देशांक (– 6, 0) हैं तथा N के निर्देशांक (0, 2) हैं।

प्रतिदर्श प्रश्न 2 : आकृति 3.4 से, निम्नलिखित को लिखिए –

(i) B, C और E के निर्देशांक

(ii) निर्देशांक (0, – 2) वाला बिंदु

(iii) बिंदु H का भुज

(iv) बिंदु D की कोटि

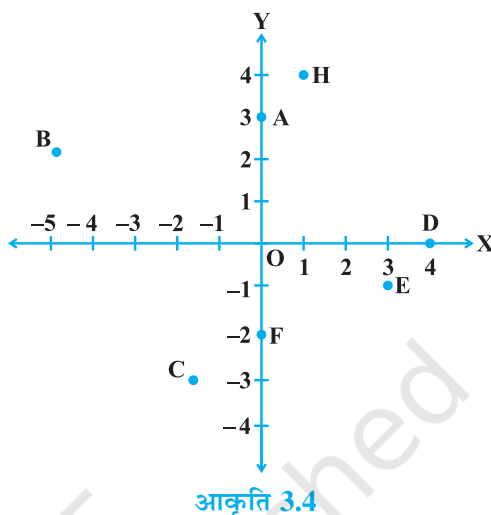
आकृति 3.4

हल :

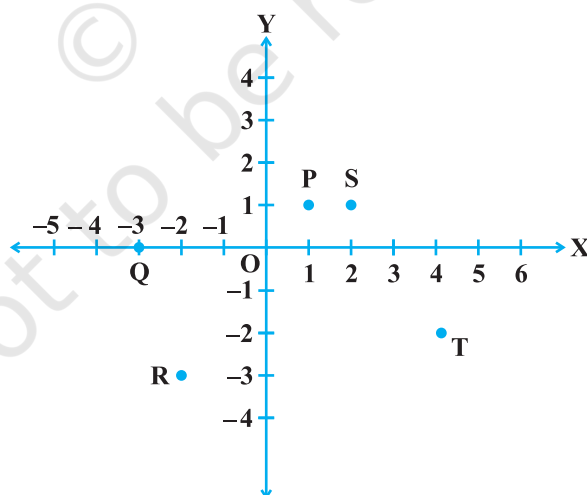
(i) B = (–5, 2), C = (–2, –3)
E = (3, –1)

(ii) F

(iii) 1

(iv) 0

प्रश्नावली 3.3

1. आकृति 3.5 से, बिंदुओं P, Q, R, S, T और O के निर्देशांक लिखिए :

आकृति 3.5

2. निम्नलिखित बिंदुओं को आलेखित कीजिए तथा इनको क्रम से मिलाने पर बनी आकृति का नाम लिखिए :

P(– 3, 2), Q (– 7, – 3), R (6, – 3), S (2, 2)

3. निम्नलिखित सारणी से प्राप्त बिंदुओं (x, y) को आलेखित कीजिए :

x	2	4	– 3	– 2	3	0
y	4	2	0	5	– 3	0

4. निम्नलिखित बिंदुओं को आलेखित कीजिए तथा जाँच कीजिए कि ये संरेख हैं या नहीं :

(i) (1, 3), (– 1, – 1), (– 2, – 3)

(ii) (1, 1), (2, – 3), (– 1, – 2)

(iii) (0, 0), (2, 2), (5, 5)

5. बिना बिंदुओं को आलेखित किए, बताइए कि वे किस चतुर्थांश में स्थित होंगे, यदि :

(i) कोटि 5 है, और भुज – 3 है

(ii) भुज – 5 है, और कोटि – 3 है

(iii) भुज – 5 है, और कोटि 3 है

(iv) कोटि 5 है, और भुज 3 है

6. आकृति 3.6 में, LM एक रेखा है जो y-अक्ष के समांतर है तथा उससे 3 मात्रक की दूरी पर है।

(i) बिंदुओं P, R और Q के निर्देशांक क्या हैं?

(ii) बिंदुओं L और M के भुजों में क्या अंतर है?

आकृति 3.6

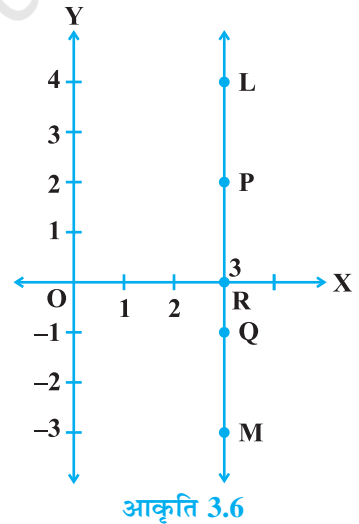
7. किस चतुर्थांश अथवा किस अक्ष पर निम्नलिखित बिंदु स्थित हैं?

(– 3, 5), (4, – 1), (2, 0), (2, 2), (– 3, – 6)

8. निम्नलिखित बिंदुओं में से कौन-कौन से बिंदु y-अक्ष पर स्थित हैं?

A (1, 1), B (1, 0), C (0, 1), D (0, 0), E (0, – 1), F (– 1, 0), G (0, 5), H (– 7, 0), I (3, 3).

9. निम्नलिखित सारणी से प्राप्त बिंदुओं (x, y) को आलेखित कीजिए। पैमाना 1 cm = 0.25 मात्रक लीजिए।

x	1.25	0.25	1.5	– 1.75
y	– 0.5	1	1.5	– 0.25

10. एक बिंदु x-अक्ष पर y-अक्ष से 7 मात्रक की दूरी पर स्थित है। उसके निर्देशांक क्या होंगे? यदि यह y-अक्ष पर x-अक्ष से –7 मात्रक की दूरी पर स्थित होगा तो निर्देशांक क्या होंगे?

11. उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जो

(i) x और y दोनों अक्षों पर स्थित है

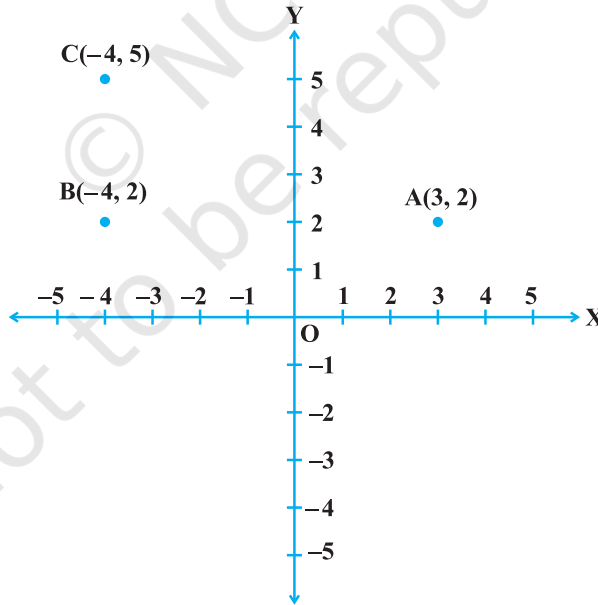
(ii) जिसकी कोटि – 4 है और जो y-अक्ष पर स्थित है

(iii) जिसका भुज 5 है और जो x-अक्ष पर स्थित है

12. 0.5 cm को 1 मात्रक लेकर, आलेख कागज पर निम्नलिखित बिंदुओं को आलेखित कीजिए :
A (1, 3), B (– 3, – 1), C (1, – 4), D (– 2, 3), E (0, – 8), F (1, 0)

(E) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

प्रतिदर्श प्रश्न 1 : एक आयत के तीन शीर्ष (3, 2), (– 4, 2) और (– 4, 5) हैं। इन बिंदुओं को आलेखित कीजिए और फिर आयत के चौथे बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

हल : आयत के इन तीनों शीर्षों को A(3, 2), B(– 4, 2) और C(– 4, 5) के रूप में आलेखित कीजिए (देखिए आकृति 3.7)।

आकृति 3.7

हमें चौथे बिंदु D के निर्देशांक ज्ञात करने हैं, ताकि ABCD एक आयत हो।

क्योंकि एक आयत की सम्मुख भुजाएँ बराबर होती हैं, अत: D का भुज A के भुज के बराबर, अर्थात् 3 होना चाहिए तथा D की कोटि C की कोटि के बराबर, अर्थात् 5 होनी चाहिए।

इसलिए, D के निर्देशांक (3, 5) हैं।

प्रश्नावली 3.4

1. बिंदु A (5, 3), B (– 2, 3) और D (5, – 4) एक वर्ग ABCD के तीन शीर्ष हैं। एक आलेख कागज पर इन बिंदुओं को आलेखित कीजिए और फिर शीर्ष C के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

2. उस आयत के शीर्षों के निर्देशांक लिखिए, जिसकी लंबाई और चौड़ाई क्रमश: 5 और 3 मात्रक हैं। एक शीर्ष मूलबिंदु पर स्थित है। लंबी भुजा x-अक्ष पर स्थित है तथा इनमें से एक शीर्ष तीसरे चतुर्थांश में स्थित है।

3. बिंदु P (1, 0), Q (4, 0) और S (1, 3) को आलेखित कीजिए। बिंदु R के निर्देशांक ज्ञात कीजिए ताकि PQRS एक वर्ग हो।

4. आकृति 3.8 से, निम्नलिखित के उत्तर दीजिए :

(i) उन बिंदुओं को लिखिए, जिनका भुज 0 है।

(ii) उन बिंदुओं को लिखिए, जिनकी कोटि 0 है।

(iii) उन बिंदुओं को लिखिए, जिनका भुज – 5 है।

आकृति 3.8

5. बिंदु A (1, – 1) और B (4, 5) को आलेखित कीजिए।

(i) इन बिंदुओं को मिलाकर एक रेखाखंड खींचिए। बिंदु A और B के बीच इस रेखाखंड पर स्थित बिंदु के निर्देशांक लिखिए।

(ii) इस रेखाखंड को विस्तृत कीजिए तथा इस रेखा पर स्थित उस बिंदु के निर्देशांक लिखिए, जो इस रेखाखंड के बाहर है।